

MATEMATICA: PRESENTE E FUTURO

INTERVISTA A KEITH DEVLIN*

a cura di Paolo Musso

*Che cos'è oggi la matematica, quali sfide la attendono e, soprattutto, come si può comunicare la passione per essa? Keith Devlin ha accettato di rispondere a queste domande mentre si trovava in Italia, ospite dell'associazione Polymath, per presentare il suo ultimo libro, *Il gene della matematica*, che cerca di spiegare come sia stato possibile che il cervello umano abbia sviluppato questa capacità, apparentemente inutile dal punto di vista evolutivo. Una presa di posizione chiara e coraggiosa, che fa giustizia di tanti luoghi comuni, da parte del più grande scrittore vivente nel campo della matematica pura.*

Lei ha spesso sottolineato, e specialmente in questo suo ultimo libro, *Il gene della matematica*, come la capacità di imparare la matematica dipenda in modo cruciale dal fatto che la si insegni in maniera da trasmettere innanzitutto la passione per essa. Nella scuola predomina invece tuttora una forte tendenza positivista che insiste soprattutto sugli aspetti formalistici e logico-deduttivi. Cosa ha da dire in proposito?

Penso che parte del problema stia nel fatto che noi ci presentiamo alla gente con i risultati finali della ricerca matematica: mostriamo le cose che emergono alla fine di molti mesi o anni di lavoro, e le presentiamo quasi come se venissero date

da Dio su tavole immutabili. E gli studenti vedono questo e dicono a se stessi «non riesco a capire da dove questo salta fuori, non potrei mai fare questo» e perciò scelgono qualcosa d'altro. Comunque, i matematici impegnati nella ricerca sono persone «normali» che hanno fatto matematica per molti anni, e si pongono il problema, io penso, di cercare di interessare di più i giovani, di mostrare e spiegare loro come la matematica viene scoperta, come si arriva a formulare idee nuove. Chi fa matematica non passa tutta la giornata a fare ragionamenti logici passo per passo. Noi avanziamo congetture, esprimiamo giudizi, creiamo nuove concezioni, facciamo un sacco di cose diverse che, «eventualmente», possono condurre alla matematica che



*Direttore esecutivo del Center for the Study of Language and Information dell'Università di Stanford, California.

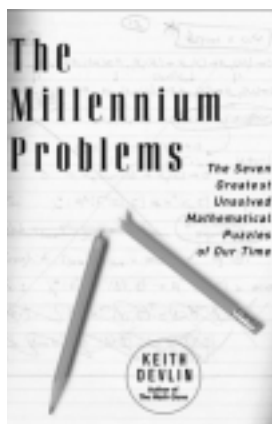
Intervista rilasciata a Torino il 17 settembre 2002 in occasione della conferenza di presentazione del libro *Il gene della matematica* organizzata dall'Associazione Polymath.

può essere scritta usando argomenti formali. Ma presentare agli studenti i risultati finali finisce per disilluderli. Per esempio, se fate leggere agli studenti Dante o Shakespeare e dite: «Ora andate e scrivete qualcosa come l'*Inferno* di Dante o *La dodicesima notte* di Shakespeare», per forza questi penseranno che non riusciranno mai a farlo! Ma, se li guidiamo gradualmente, possiamo nel tempo sviluppare le abilità adeguate. Penso che lo stesso sia vero in matematica. Abbiamo bisogno di diffondere un modo diverso di introdurre alla matematica. Dovremmo anche spendere molto più tempo a spiegare come la matematica è usata nella società moderna, sia per scopi utilitaristici, sia per scopi artistici e creativi, mostrando come essa diventa familiare, spiegando perché è stata inventata, parlando delle persone che l'hanno inventata, in altre parole spiegando la matematica come una «attività umana». Allora «alcuni» studenti, non «tutti» gli studenti, saranno motivati a voler imparare di più. È folle aspettarsi che tutti imparino la matematica: voglio dire che le persone sono diverse. Io ho imparato un po' di chimica e ho deciso che non ne volevo imparare di più: per me va bene la matematica, per altri andranno bene cose diverse. Ma se noi mostriamo loro solo le tecniche, e non esplicitiamo

come possano essere utili e come siano venute alla luce «immerse» nelle idee creative dei grandi geni, allora ovviamente gli studenti le vedranno come un'elemosina e come sideralmente inutili, e andranno a fare qualcos'altro.

Lei ha scritto molti libri divulgativi sulla matematica, non semplicissimi, ma comunque non rivolti ai matematici di professione. Pensa di riuscire a comunicare sempre almeno le idee fondamentali oppure ritiene che, non usando un linguaggio tecnico, qualcosa di essenziale vada perduto?

Ci sono diversi tipi di pubblico. Ho appena finito un libro intitolato *The Millennium Problems*, che uscirà in Italia nella primavera del 2004 per i tipi di Longanesi. Questo libro descrive i sette più difficili problemi irrisolti della matematica, scelti da un comitato di livello internazionale. Si tratta di sette problemi che sono stati affrontati per molti e molti anni da alcuni dei migliori matematici del mondo e tuttavia non sono ancora stati risolti. Per ciascuno di essi c'è un premio di un milione di dollari per chi lo risolverà, istituito nel 2000 nell'ambito delle celebrazioni per il Millennio. Il premio sarà disponibile finché ci sarà qualcuno che ci vorrà provare, non esiste un limite di tempo. Per scrivere il libro e per spiegare i problemi ho



dovuto usare molte pagine di formule: è un libro estremamente difficile da leggere. Comunque, per renderlo comprensibile a tutti i non matematici, ogni capitolo inizia con la storia e parla delle persone che hanno formulato il problema, spiega perché è un problema importante, perché è utile, quali applicazioni potrebbe avere. In altre parole, io racconto la «storia umana» e poi, solo alla fine del capitolo, descrivo il problema usando, necessariamente, i simboli. Aprendo il libro su queste pagine si vedono soltanto simboli e temo che molta gente lo rimetterà sullo scaffale e non lo comprenderà perché penserà di non capirli. Invece la maggior parte del libro riguarda la storia umana, anche se, per spiegare in cosa consistono questi problemi, non ho potuto fare a meno di usare simboli e formule, e questa è una difficoltà per molte persone.

A proposito di questi problemi irrisolti, qual è secondo lei il più importante e quale quello che ha più probabilità di essere risolto nel prossimo futuro?

Il primo capitolo di *The Millennium Problems* riguarda il problema chiamato «ipotesi di Riemann», che è vecchio di circa centocinquant'anni. La maggior parte dei matematici direbbe che questo è il più importante problema della matematica pura.

L'ipotesi di Riemann parte dalla «funzione zeta» di Eulero, definita come la somma infinita $\zeta(s) = 1/1^s + 1/2^s + 1/3^s + 1/4^s + \dots$ per s reale e maggiore di 1. Eulero dimostrò che in tal caso essa è equivalente al prodotto infinito di tutti i numeri della forma $1/(1-(1/p)^s)$ con p primo. Riemann, usando una sofisticata tecnica detta «prolungamento analitico», la generalizzò estendendola ai numeri complessi della forma $s = a + ib$, formulando nel 1859 l'ipotesi che tutti gli zeri complessi della funzione zeta estesa abbiano parte reale uguale a $1/2$ (cioè, se $\zeta(s) = 0$, allora $s = 1/2 + ib$). A causa della connessione sopra evidenziata coi numeri primi, tale ipotesi, se fosse vera, fornirebbe molte importanti informazioni sulla funzione $\pi(n)$ che ne descrive la distribuzione, ma che fino a oggi è possibile calcolare solo in modo approssimato.

Un altro problema del libro è chiamato «le equazioni di Yang-Mills e l'ipotesi del gap di massa». È un problema di fisica teorica che riguarda la nostra comprensione della materia e dell'universo. Queste equazioni sono state proposte tra gli anni Trenta e Cinquanta e non sono ancora state risolte.

I fisici teorici e i matematici applicati, o almeno molti di loro, pensano che questo sia il problema più importante. Differenti tipi di matematici daranno risposte differenti. Come matematico puro io penso che l'ipotesi di Riemann è forse il problema più importante e, dei sette del Millennium, io penso che sia anche quello che risolveremo per primo, e probabilmente entro i prossimi cinque anni, ma questa è solo una mia supposizione.

Le equazioni di Yang-Mills sono il punto di partenza per la descrizione dei campi quantistici. Una forma di queste equazioni che descriva le interazioni forti deve produrre soluzioni che rispettino la condizione del gap di massa: il primo stato eccitato deve avere un'energia (e quindi una massa) almeno uguale a un valore minimo Δ . La formulazione del problema è la seguente: provare che per ogni gruppo G (gruppo di simmetria di Gauge) su R^4 una teoria di Yang-Mills esiste e ha un gap di massa $\Delta > 0$.



Bernhard Riemann (1826-1866)

La congettura di Mertens (1897) afferma che il valore assoluto della funzione di Möbius $M(n)$ (1832) è sempre minore di \sqrt{n} , il che implicherebbe l'ipotesi di Riemann, che è vera per $|M(n)| < A\sqrt{n}$ (dove A è una costante di valore arbitrario). Nel 1942 Albert Ingham dimostrò che la congettura di Mertens è vera se una certa funzione $h(x)$ è sempre < 1 . Nel 1981 Hermann te Riele e Andrew Odlyzko la confutarono dimostrando che per $x = -14\ 045\ 289\ 680\ 592\ 998\ 046\ 790\ 361\ 630\ 399\ 781\ 127\ 400\ 591\ 999\ 789\ 738\ 039\ 965\ 960\ 762,\ 521\ 505$, $h(x) = 1,061545$. Per confutare l'ipotesi di Riemann bisognerebbe però dimostrare che, per qualsiasi A , $h(x) > A$, cioè che $h(x)$ può assumere valori arbitrariamente grandi. Per chi volesse approfondire l'argomento, si veda: K. Devlin, *Dove va la matematica*, Bollati Boringhieri, Torino 1994, e P. Musso, *Formalismo e casualità in matematica*, in *Emmeciquadro* n.11, aprile 2001, pp. 11-19.

Nel libro *Dove va la matematica*, proprio parlando di un problema collegato all'ipotesi di Riemann, la congettura di Mertens, che è stata dimostrata falsa dopo che per decenni tutti i calcoli numerici eseguiti su di essa l'avevano sempre confermata, lei ha sottolineato come ciò dovrebbe mettere in guardia dall'accettare queste prove «empiriche» come vere dimostrazioni. Sempre nello stesso libro, però, lei parlava anche del peso crescente delle dimostrazioni ottenute grazie ai computer. Ora, i programmi per computer stanno diventando sempre più grandi, cosicché è sempre più difficile dimostrarne la correttezza e, di fatto, il miglior modo per testarli è spesso quello empirico. Così si ha questo paradosso: nella matematica del futuro le dimostrazioni potrebbero essere basate su qualcosa che non è stato dimostrato, ma solo testato empiricamente. Qual è la sua opinione in proposito?

Bene, ci sono dei risultati matematici che sono stati stabiliti con metodi puramente empirici, ma questi non sono autentiche verità matematiche. Possono essere cose molto utili, noi possiamo usare i risultati per costruire sistemi: per esempio, la sicurezza di *Internet* dipende da una matematica che non è mai stata pienamente provata; noi «pensiamo» soltanto che quella matematica sia giusta e

ci sono moltissime evidenze per dire «sì, lo è». Così oggi noi usiamo tecnologie che dipendono dalla matematica empirica. Ma gli altri usi dei computer, per esempio fare ricerche nell'ambito della congettura di Mertens o un esempio ancora più spettacolare come la soluzione del teorema dei quattro colori, sono tutti esempi in cui i computer sono stati usati per fare un calcolo importante per costruire una prova regolare. Le prove regolari che usano i computer producono risultati matematici assolutamente garantiti.

Il problema dei quattro colori è un problema di topologia che richiede di dimostrare che per colorare qualsiasi mappa in modo tale che non ci siano mai due paesi confinanti dello stesso colore ne bastano sempre, appunto, quattro. Il problema fu sollevato per la prima volta da Francis Guthrie nel 1852. Il 13 giugno 1878 Arthur Cayley lo propose ufficialmente all'attenzione della *London Mathematical Society*. Esso venne risolto quasi un secolo dopo, nel 1976, da Kenneth Appel e Wolfgang Haken, con un uso determinante del computer.

Così, solo perché viene usato un computer ciò non significa che il risultato sia empirico, può ancora essere un risultato matematico perfettamente accettabile. Così l'uso dei computer talvolta produce risultati empirici, i quali apportano novità in matematica. Ma tutte le volte ciò produce «passi» di prove regolari. Usare un computer è un fatto nuovo, ma si tratta ancora, alla fine, di una prova autenticamente standard, in un senso che Platone e Aristotele avrebbero capito. ❖